

# Kwazielastyczne rozpraszanie elektronów na jądrach atomowych

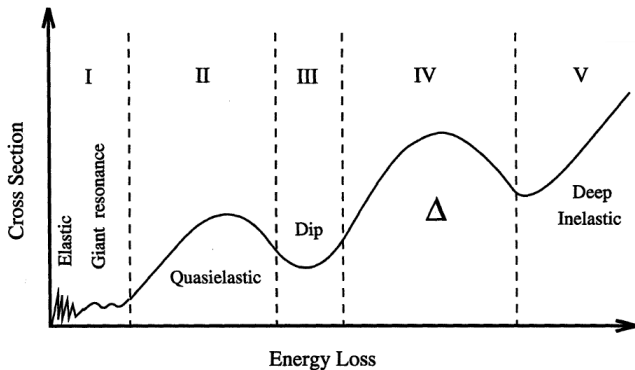
Beata Kowal

Uniwersytet Wrocławski

20.10.2014

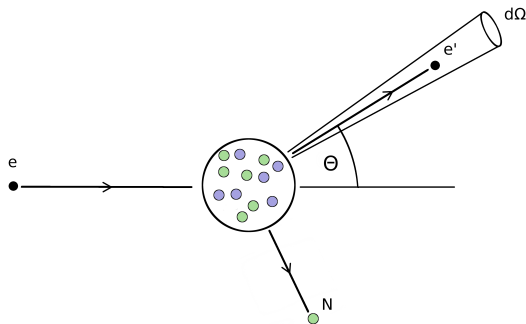
- Praca magisterska - 2014r  
*Kwazielastyczne rozpraszanie elektronów na jądrach atomowych*  
promotor: Prof. Jan Sobczyk
  
- Główny obszar zainteresowania: Fizyka Neutrin
  
- od 2014r  
studia doktoranckie w Zakładzie Fizyki Neutrin  
opiekun naukowy: Prof. Jan Sobczyk

# Pik kwazielastyczny



**Rysunek:** Schemat spektrum dla rozpraszania elektron-jądro, źródło: Matthew C.Osborn, *Kinematic Scaling in Quasielastic Electron Scattering*

# Rozpraszanie kwazielastyczne

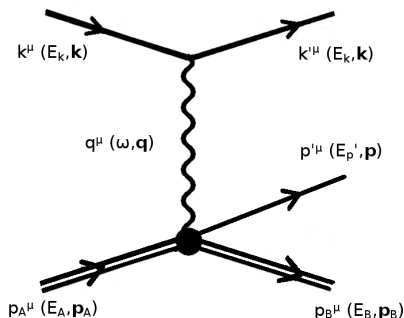


Znamy energię elektronów padających  $E_k$ .

Mierzmy energię końcową elektronu  $E'_k$  po rozproszeniu, kąt rozproszenia

$\theta$  oraz przekrój czynny  $\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k}$ .

# Rozpraszanie kwazielastyczne



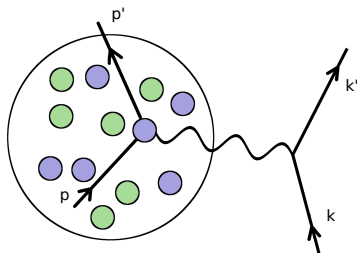
**Rysunek:** Schemat procesu rozpraszania elektronu na jądrze atomowym z uwolnieniem jednego nukleonu z wymianą jednego fotonu

przekaz czteropędu:  $q^\mu = k^\mu - k'^\mu = (\omega, \mathbf{q})$

przekaz energii:  $\omega = E_k - E'_k$

przekaz pędu:  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$

# Przybliżenie impulsowe



**Rysunek:** Schemat procesu rozpraszania elektronu na jądrze atomowym w przybliżeniu impulsowym

Foton sonduje jądro w zakresie  $1/|\mathbf{q}|$ , dla odpowiednio dużych wartości  $|\mathbf{q}|$  w tym obszarze znajduje się tylko jeden nukleon.

# Przekrój czynny

W wyniku rachunków, których tu nie przytaczam, znajdujemy wyrażenie na przekrój czynny dla rozpraszania kwazielastycznego elektron-jądro w postaci całki:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

gdzie  $E_p = \sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2}$ ,  $E'_p = \sqrt{M^2 + (\mathbf{p} + \mathbf{q})^2}$  oraz

$S(\mathbf{p}, E)$  - funkcja spektralna

$L_{\mu\nu}$  - tensor leptonowy

$H_{\mu\nu}$  - tensor hadronowy

# Funkcja spektralna

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

$S(\mathbf{p}, E)$  - Funkcja spektralna nukleonu opisuje rozkład prawdopodobieństwa, że z jądra  $A$  zostanie usunięty nukleon o pędzie  $\mathbf{p}$  i powstanie jądro  $B$  o energii  $E_B = M_A - M + E$ .

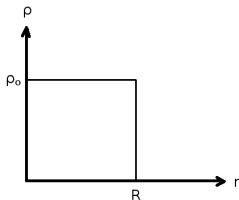
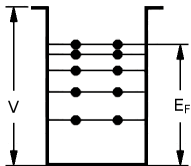
$$S(\mathbf{p}, E) = \delta(M + E_B - M_A - E) \sum_{s_A} \sum_{s_B} \sum_s |\langle (p_B, s_B) | a_s(p) | (p_A, s_A) \rangle|^2$$

$a_s(p)$ -operator anihilacji protonu/neutronu



# Model gazu Fermiego

- jądro to złożenie dwóch niezależnych układów nukleonów
- podlegają zakazowi Pauliego
- parametry:  $E_F(p_F)$  i energia wiązania nukleonu  $\epsilon$
- dla globalnego gazu Fermiego - stała gęstość jądra



# Funkcja spektralna

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

Operator anihilacji nukleonu powoduje usunięcie nukleonu z morza Fermiego:

$$a(\mathbf{p})|\mathbf{p}_A\rangle = \theta(p_F - |\mathbf{p}|)|\mathbf{p}_A - \mathbf{p}\rangle$$

Blokowanie Pauliego:

$$S(\mathbf{p}, E) \sim \theta(|\mathbf{q} + \mathbf{p}| - p_F)$$

Dla globalnego gazu Fermiego:

$$S_p(\mathbf{p}, E) = \theta(p_F^p - |\mathbf{p}|)\theta(|\mathbf{q} + \mathbf{p}| - p_F^p)\delta(M + E_B - M_A - E) \frac{3Z}{4\pi p_F^p{}^3}$$

$$S_n(\mathbf{p}, E) = \theta(p_F^n - |\mathbf{p}|)\theta(|\mathbf{q} + \mathbf{p}| - p_F^n)\delta(M + E_B - M_A - E) \frac{3N}{4\pi p_F^n{}^3}$$

# Lokalny gaz Fermiego

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k}\right)_{GFG} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

Uwzględniamy zależność gęstości  $\rho(r)$  od odległości od centrum jądra:

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k}\right)_{LFG} = \int dr^3 \rho(r) \left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k}\right)_{GFG}(p_F(r))$$

Pęd Fermiego zależy od  $r$ :

$$2 \frac{4}{3} \pi p_F(r)^3 / (2\pi)^3 / V = n$$

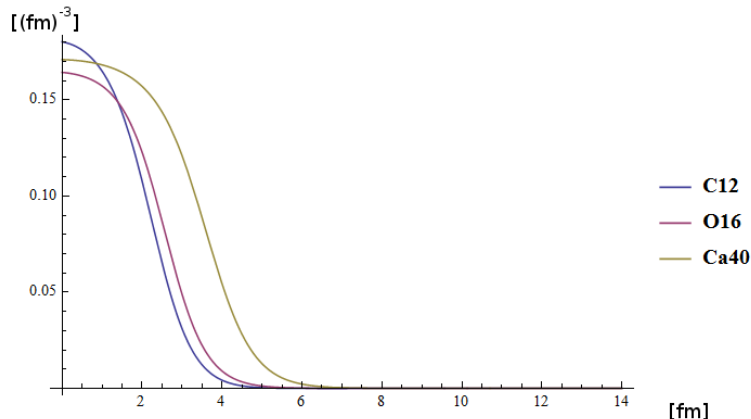
$$\rho(r) = \frac{n}{V} = \frac{p_F(r)^3}{3\pi^2}$$

$$p_F(r) = (3\pi^2 \rho(r))^{1/3}$$

# Lokalny gaz Fermiego

Do wyrażenia rozkładu gęstości użyjemy funkcji analitycznej (model 3-paramerowy):

$$\rho(r) = \frac{\rho_0 \left(1 + \frac{wr^2}{c^2}\right)}{1 + e^{(r-c)/z}}$$



# Tensor laptonowy

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} m^2 \sum_{\lambda, \lambda'} \bar{u}(k', \lambda') \gamma_\mu u(k, \lambda) (\bar{u}(k', \lambda') \gamma_\nu u(k, \lambda))^* \\ &= \frac{1}{2} (k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - (k, k') g_{\mu\nu}) \end{aligned}$$

Prąd leptonowy ziązany z elektronem:

$$\mathcal{J}_\mu^{\text{lept}}(x) = \frac{m}{(2\pi)^3 \sqrt{E_k E_{k'}}} \bar{u}(k', \lambda') \gamma_\mu u(k, \lambda) e^{-i(x, k - k')}$$

gdzie  $u(k, \lambda)$  - spinor Diraca

# Tensor hadronowy

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

Hadrony posiadają strukturę wewnętrzną.

$$\bar{u}(p', s') \gamma_\mu u(p, s) \rightarrow \bar{u}(p', s') \Gamma_\mu u(p, s)$$

Prąd hadronowy związany ze (swobodnym) nukleonem:

$$\mathcal{J}_\mu^{hadr}(x) = \frac{M}{(2\pi)^3 \sqrt{E_p E_{p'}}} \bar{u}(p', s') \Gamma_\mu u(p, s) e^{-i(x, p - p')}$$

# Tensor hadronowy

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

W wyrażeniu na prąd hadronowy macierz wierzchołka  $\Gamma_\mu$  jest skonstruowana z pędów  $p_\mu$  i  $p'_\mu$ , masy  $M$  oraz macierzy:

$$\{\mathbb{1}, \gamma_\mu, \gamma_\mu \gamma_5, \gamma_5, \sigma_{\mu\nu}\}.$$

Parzystość jest zachowana, w macierzy  $\Gamma_\mu$  nie występują człony zawierające  $\gamma_5$ .

Ogólna forma  $\Gamma_\mu$  ma postać:

$$\Gamma_\mu = F_1(q^2)\gamma_\mu + i\frac{\sigma_{\mu\nu}(p'^\nu - p^\nu)}{2M}F_2(q^2)$$

# Tensor hadronowy

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

$$\Gamma_\mu = F_1(q^2)\gamma_\mu + i \frac{\sigma_{\mu\nu}(p'^\nu - p^\nu)}{2M} F_2(q^2)$$

Prąd jest zachowany, tzn spełniona jest własność  $\partial_\mu \mathcal{J}_{hadr}^\mu(x) = 0$   
( $q_\mu \mathcal{J}_{hadr}^\mu(0) = 0$ ).

Dla pierwszego członu skorzystamy z równania Diraca:

$$q^\mu \bar{u}(p', s') \gamma_\mu u(p, s) = \bar{u}(p', s') (\gamma_\mu p'^\mu - \gamma_\mu p^\mu) u(p, s) = 0$$

Dla drugiego członu skorzystamy z antysymetryczności  $\sigma_{\mu\nu}$ :

$$q^\mu q^\nu \bar{u}(p', s') \sigma_{\mu\nu} u(p, s) = -q^\mu q^\nu \bar{u}(p', s') \sigma_{\mu\nu} u(p, s) = 0$$



# Tensor hadronowy

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

Tę własność spełnia również człon postaci  $\bar{u}(p', s')(p'_\mu + p_\mu)u(p, s)$ :  
 $q^\mu(p'_\mu + p_\mu) = p'^2 - p^2 = M^2 - M^2 = 0$

ale można go wyrazić przez dwa poprzednie korzystając z tożsamości Gordona

$$\bar{u}(p, s)[2M\gamma_\mu - (p_\mu + p'_\mu) - i\sigma_{\mu\nu}q^\nu]u(p', s') = 0$$

Przy pomocy tożsamości Gordona otrzymujemy równoważną postać  $\Gamma_\mu$  :

$$\Gamma_\mu = (F_1(q^2) + F_2(q^2))\gamma_\mu - \frac{p'_\mu + p_\mu}{2M}F_2(q^2)$$

# Tensor hadronowy

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

$$\Gamma_\mu = F_1(q^2) \gamma_\mu + i \frac{\sigma_{\mu\nu} (p'^\nu - p^\nu)}{2M} F_2(q^2)$$

Macierz  $\Gamma_\mu$  otrzymujemy z dokładnością do skalarnych współczynników nazywanych czynnikami postaci.

Jedyną zmienną skalarną, jaką możemy zbudować z  $p_\mu$  i  $p'_\mu$  to  $p^\mu p'_\mu = M^2 - \frac{q^2}{2}$ . A więc  $F_1$ ,  $F_2$  są funkcjami  $q^2$

# Tensor hadronowy

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_k} = 4\alpha^2 \int \frac{E'_k}{E_k E_p E'_p} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \frac{1}{q^4} S(\mathbf{p}, E) \delta(E - M + E_{p'} - \omega) dE dp^3$$

Dla swobodnego nukleonu:

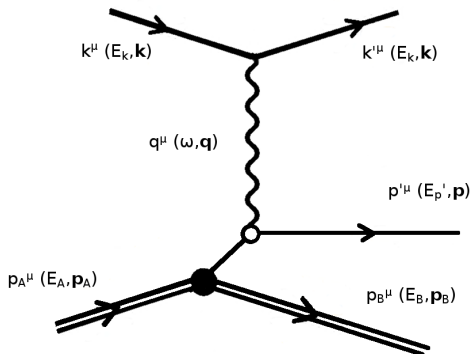
$$\begin{aligned} H_{\mu\nu}^{\text{free nucleon}} &= \frac{1}{2} M^2 \sum_{s, s'} \bar{u}(p', s') \Gamma_\mu u(p, s) (\bar{u}(p', s') \Gamma_\nu u(p, s))^* = \\ &= \frac{1}{4} q^2 \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) H_1(q) \\ &\quad + \left( p_\mu - q_\mu \frac{(p, q)}{q^2} \right) \left( p_\nu - q_\nu \frac{(p, q)}{q^2} \right) H_2(q) \end{aligned}$$

$$H_1 = (F_1 + F_2)^2$$

$$H_2 = \left( F_1^2 - \frac{F_2^2}{4M^2} q^2 \right)$$

Ale w jądrze nukleon jest związany.

# Przybliżenie fali płaskiej



**Rysunek:** Schemat procesu rozpraszania elektronu na jądrze atomowym z uwolnieniem jednego neutronu w przybliżeniu PWIA z wymianą jednego fotonu

Nukleon po uwolnieniu nie oddziałuje z jądrem.

# Metoda de Foresta

Zamiast szukać postaci macierzy wierzchołka dla związanego nukleonu modyfikujemy tensor hadronowy nukleonu swobodnego:

$$\tilde{H}_{\mu\nu}(q) = H_{\mu\nu}^{\text{free nucleon}}(\tilde{q})$$

$$q = (\omega, \mathbf{q})$$

$$\tilde{q} = (\tilde{\omega}, \mathbf{q}) = (\omega - \epsilon, \mathbf{q})$$

$\epsilon$  - energia wiązania

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{\mu\nu} &= \frac{1}{4} \tilde{q}^2 \left( g_{\mu\nu} - \frac{\tilde{q}_\mu \tilde{q}_\nu}{\tilde{q}^2} \right) \tilde{H}_1 \\ &+ \left( p_\mu - \tilde{q}_\mu \frac{(p, \tilde{q})}{\tilde{q}^2} \right) \left( p_\nu - \tilde{q}_\nu \frac{(p, \tilde{q})}{\tilde{q}^2} \right) \tilde{H}_2 \end{aligned}$$

# Poprawka do tensora hadronowego

Zastosowanie metody de Forest prowadzi do problemu - prąd hadronowy nie jest zachowany:

$$q^\mu \tilde{H}_{\mu\nu} \neq 0$$

Dodajemy poprawkę do tensora tak, aby uzyskać zachowanie prądu:

$$\tilde{\tilde{H}}_{\mu\nu} = \tilde{H}_{\mu\nu} + \Delta H_{\mu\nu}$$

$$q^\mu \tilde{\tilde{H}}_{\mu\nu} = 0$$

Ogólna struktura  $\tilde{\tilde{H}}^{\mu\nu}$ :

$$\tilde{\tilde{H}}_{00}, \tilde{\tilde{H}}_{0j} = aq_j + bq_j^\perp, \tilde{\tilde{H}}_{jk} = cq_j q_k + d(q_j^\perp q_k + q_j q_k^\perp) + e\tilde{H}_{jk}^\perp$$

# Poprawka do tensora hadronowego

$$\tilde{H}_{00}, \tilde{H}_{0j} = aq_j + bq_j^\perp, \tilde{H}_{jk} = cq_jq_k + d(q_j^\perp q_k + q_jq_k^\perp) + e\tilde{H}_{jk}^\perp$$

$$a\mathbf{q}^2 = \omega\tilde{H}_{00}$$

$$aq_j\omega = cq_j\mathbf{q}^2 + dq_j^\perp\mathbf{q}^2$$

$$a\omega = c\mathbf{q}^2$$

$$b\mathbf{q}^{\perp 2}\omega = d\mathbf{q}^{\perp 2}\mathbf{q}^2$$

$$b\omega = d\mathbf{q}^2$$

$$\tilde{H}_{00} = \tilde{H}_{00} + \alpha$$

$$b = \tilde{H}_\perp + \delta$$

Wybór współczynników jest dowolny

Wyberzmy:  $\alpha = 0, \delta = 0, e = 1$

# Poprawka do tensora hadronowego

$$\tilde{\tilde{H}}_{00} = \tilde{H}_{00}$$

$$\tilde{H}_{j0} = -\frac{q_j q^k}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{k0} + \left[ \tilde{H}_{j0} + \frac{q_j q^k}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{k0} \right] \rightarrow$$

$$\tilde{\tilde{H}}_{j0} = \frac{q_j \omega}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{00} + \left[ \tilde{H}_{j0} + \frac{q_j q^k}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{k0} \right]$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{jk} &= \frac{q_j q_k q^m q^n}{|\mathbf{q}|^4} \tilde{H}_{mn} - \left[ \frac{q_j q^m}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{mk} + \frac{q_j q_k q^m q^n}{|\mathbf{q}|^4} \tilde{H}_{mn} \right] + \\ &- \left[ \frac{q_k q^n}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{jn} + \frac{q_k q_j q^n q^m}{|\mathbf{q}|^4} \tilde{H}_{mn} \right] + \left[ \tilde{H}_{jk} + \frac{q_j q^m}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{mk} + \frac{q_k q^n}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{jn} + \frac{q_k q_j q^n q^m}{|\mathbf{q}|^4} \tilde{H}_{mn} \right] \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\tilde{H}}_{jk} &= \frac{q_j q_k \omega^2}{|\mathbf{q}|^4} \tilde{H}_{00} + \left[ \frac{q_j \omega}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{0k} + \frac{q_j q_k q^n \omega}{|\mathbf{q}|^4} \tilde{H}_{0n} \right] + \\ &\left[ \frac{q_k \omega}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{j0} + \frac{q_k q_j q^m \omega}{|\mathbf{q}|^4} \tilde{H}_{m0} \right] + \left[ \tilde{H}_{jk} + \frac{q_j q^m}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{mk} + \frac{q_k q^n}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{H}_{jn} + \frac{q_k q_j q^n q^m}{|\mathbf{q}|^4} \tilde{H}_{mn} \right] \end{aligned}$$



# Poprawka do tensora hadronowego

$$\Delta H_{00} = 0$$

$$\Delta H_{j0} = q_j(\omega - \tilde{\omega}) \left( -\frac{1}{4} \tilde{H}_1 + \frac{1}{|\mathbf{q}|^2} \left( E_p - \tilde{\omega} \frac{(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{p})}{\tilde{q}^2} \right)^2 \tilde{H}_2 \right)$$

$$\Delta H_{jk} = -\frac{q_k q_j}{|\mathbf{q}|^2} \frac{1}{4} \tilde{H}_1 (\omega^2 - \tilde{\omega}^2) + (\omega - \tilde{\omega}) \left[ \frac{q_k q_j}{|\mathbf{q}|^4} (\omega + \tilde{\omega}) \left( E_p - \tilde{\omega} \frac{(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{p})}{\tilde{q}^2} \right)^2 + \right. \\ \left. \frac{q_j}{|\mathbf{q}|^2} \left( p_k - q_k \frac{(\mathbf{q}, \mathbf{p})}{|\mathbf{q}|^2} \right) \left( E_p - \tilde{\omega} \frac{(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{p})}{\tilde{q}^2} \right) + \frac{q_k}{|\mathbf{q}|^2} \left( p_j - q_j \frac{(\mathbf{q}, \mathbf{p})}{|\mathbf{q}|^2} \right) \left( E_p - \tilde{\omega} \frac{(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{p})}{\tilde{q}^2} \right) \right] \tilde{H}_2$$

# Poprawka do tensora hadronowego

Po obliczeniach, których nie przytaczam, uzyskujemy końcową postać zwężenia poprawki i tensora leptonowego:

$$\Delta H^{\mu\nu} L_{\mu\nu} = -C_1 \frac{1}{4} \tilde{H}_1 + C_2 \tilde{H}_2$$

Współczynniki  $C_1$  i  $C_2$  wynoszą:

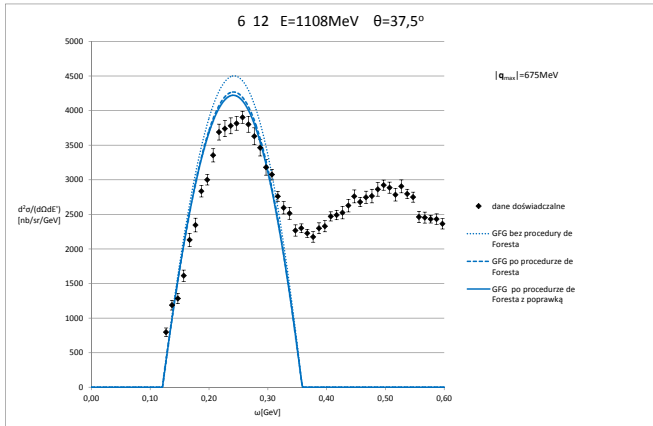
$$C_1 = (\omega - \tilde{\omega}) \left[ \frac{1}{4} (Q^2 - \omega^2) (\omega + \tilde{\omega}) - (|\mathbf{q}| E_k Q - \omega(\mathbf{q}, \mathbf{k})) \right]$$

$$C_2 = C_1 P^2 + (\omega - \tilde{\omega}) P Q \left( (\mathbf{k}, \mathbf{p}) - \frac{(\mathbf{q}, \mathbf{k})(\mathbf{q}, \mathbf{p})}{|\mathbf{q}|^2} \right)$$

$$Q = \frac{2(\mathbf{k}, \mathbf{q})}{|\mathbf{q}|} - |\mathbf{q}|$$

$$P = \frac{1}{|\mathbf{q}|} \left( E_p - \tilde{\omega} \frac{(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{p})}{\tilde{q}^2} \right)$$

# Poprawka do tensora hadronowego



**Rysunek:** Różniczkowy przekrój czynny dla węgla w modelu GFG,  $E_k = 1108\text{MeV}$ ,  $\theta = 37,5^\circ$

# Poprawka do tensora hadronowego

Inna możliwość wyboru poprawki:

$$\tilde{\tilde{H}}_{00} = \frac{q^m q^n}{\omega^2} \tilde{H}_{mn}$$

$$\tilde{\tilde{H}}_{0k} = -\frac{q^m}{\omega} \tilde{H}_{mk}$$

$$\tilde{\tilde{H}}_{jk} = \tilde{H}_{jk}$$

$$\Delta H_{00} = \frac{\tilde{\omega}^2 - \omega^2}{\omega^2} \left[ -\frac{1}{4} |\mathbf{q}|^2 \tilde{H}_1 + \left( E_p - \tilde{\omega} \frac{(\tilde{q}, p)}{\tilde{q}^2} \right)^2 \tilde{H}_2 \right]$$

$$\Delta H_{j0} = \frac{\tilde{\omega} - \omega}{\omega} \left[ -q_j \tilde{\omega} \frac{1}{4} \tilde{H}_1 + \left( p_j - q_j \frac{(\tilde{q}, p)}{\tilde{q}^2} \right) \left( E_p - \tilde{\omega} \frac{(\tilde{q}, p)}{\tilde{q}^2} \right) \tilde{H}_2 \right]$$

$$\Delta H_{jk} = 0$$

# Poprawka do tensora hadronowego

$$\Delta H^{\mu\nu} L_{\mu\nu} = -D_1 \frac{1}{4} \tilde{H}_1 + D_2 \tilde{H}_2$$

Współczynniki  $D_1$  i  $D_2$  wynoszą:

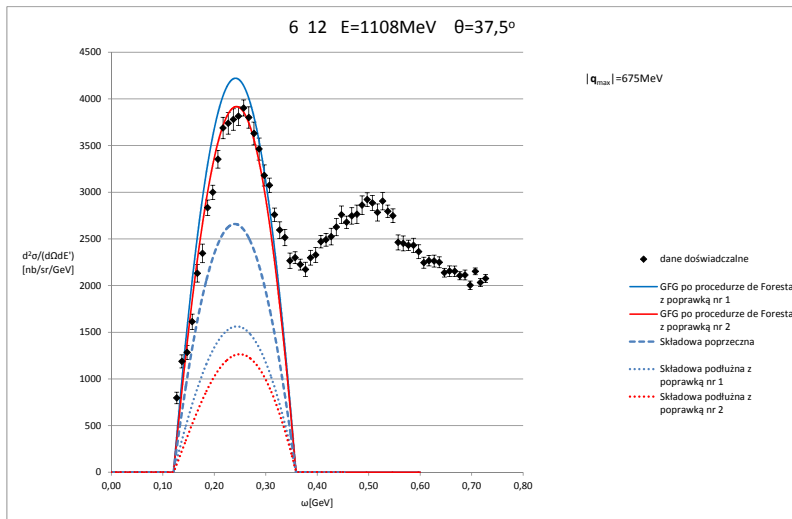
$$D_1 = (\omega - \tilde{\omega}) \left( \frac{\tilde{\omega}}{\omega} (E_k |\mathbf{q}| Q - \omega(\mathbf{k}, \mathbf{q})) - \frac{1}{4} (\omega - \tilde{\omega}) (Q^2 - \omega^2) \frac{|\mathbf{q}|^4}{\omega^4} \right)$$

$$D_2 = \left[ \frac{|\mathbf{q}|^2}{\omega^2} P (\omega - \tilde{\omega}) Q \left( (\mathbf{p}, \mathbf{k}) - \frac{(\mathbf{k}, \mathbf{q})(\mathbf{p}, \mathbf{q})}{|\mathbf{q}|^2} \right) + D_1 P^2 \right]$$

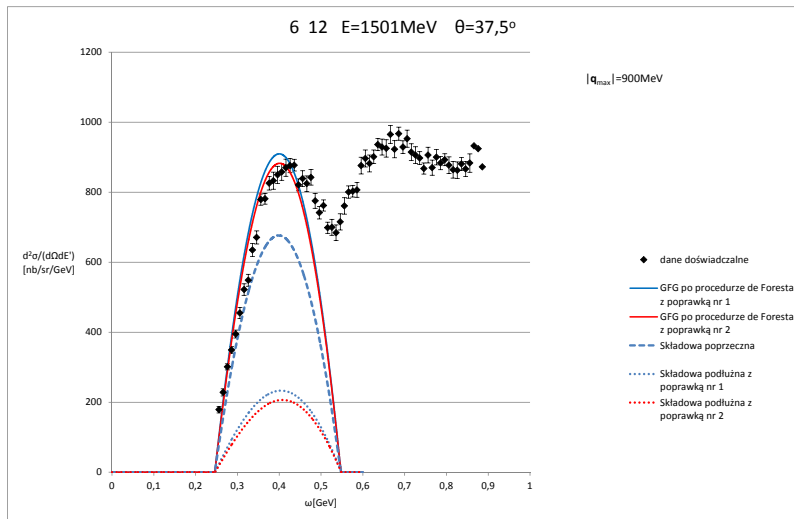
$$Q = \frac{2(\mathbf{k}, \mathbf{q})}{|\mathbf{q}|} - |\mathbf{q}|$$

$$P = \frac{1}{|\mathbf{q}|} \left( E_p - \tilde{\omega} \frac{(\tilde{\mathbf{q}}, \mathbf{p})}{\tilde{q}^2} \right)$$

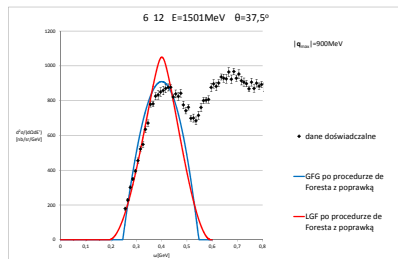
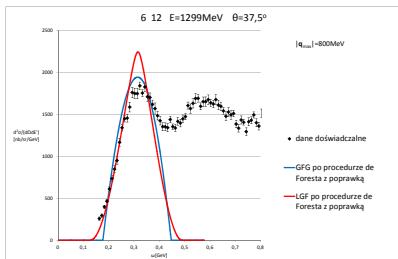
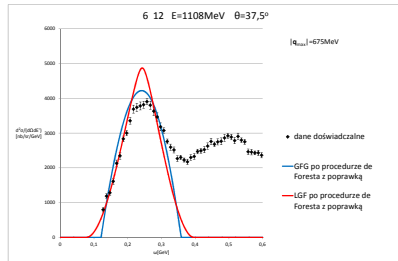
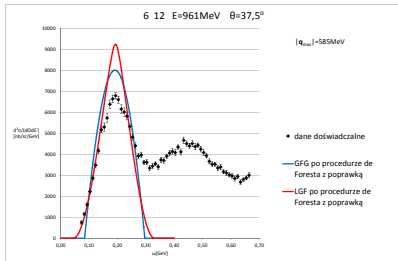
# Porównanie poprawek



# Porównanie poprawek

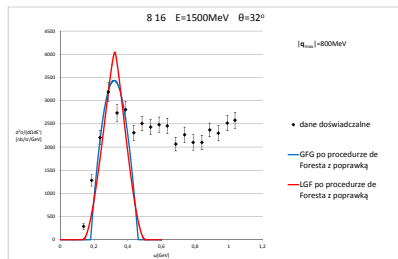
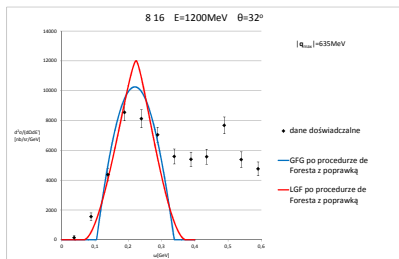
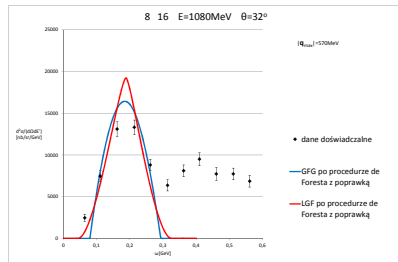
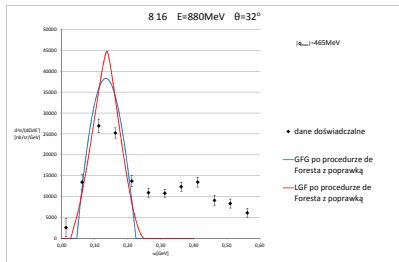


# Wykresy - Węgiel

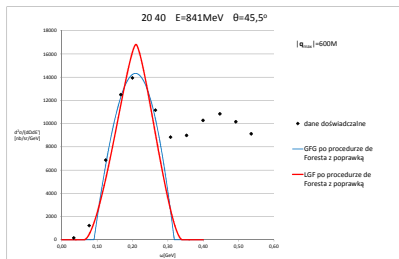
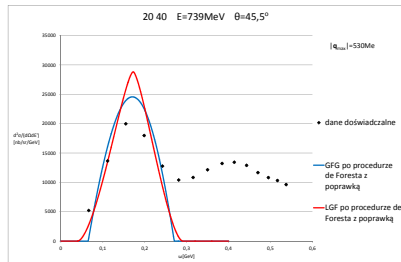
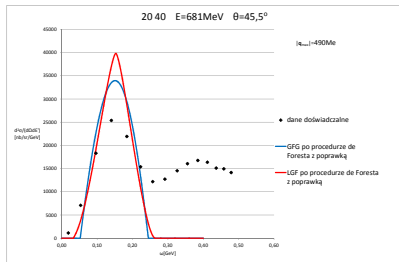




# Wykresy - Tlen



# Wykresy - Wapń



- pik nie jest ostry jak w przypadku rozpraszania na swobodnym nukleonie, tylko poszerzony, co odzwierciedla rozkład pędów nukleonów w jądrze
- wykresy modelu *LGF* są szersze u podstawy w porównaniu z wykresami w modelu *GFG*. Jest to spowodowane wkładem od nukleonów o wyższej wartości pędu niż średnia wartość pędu Fermiego, którą użyliśmy w modelu *GFG*
- wzrost dopasowania wykresów do danych doświadczalnych, zwłaszcza dla modelu *GFG*, ze wzrostem przekazu pędu w okolicach maksimum piku  $|\mathbf{q}_{max}|$ . Przybliżenie impulsowe staje się bardziej uzasadnione.
- Na prawo od piku kwazielastycznego widzimy piki rezonansowe, których model nie odtwarza.

# Skalowanie

Inkluzyjny przekrój czynny jest funkcją niezależnych zmiennych  $|\mathbf{q}|$  i  $\omega$ .  
Wybieramy nowe zmienne  $|\mathbf{q}|$ ,  $y(|\mathbf{q}|, \omega)$ .

Funkcja skalowania:

$$F(q, y) = \frac{1}{A\sigma_{eN}^{eff}} \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}$$

$$\tilde{\sigma}_{eN}^{eff} = \frac{1}{A}(Z\tilde{\sigma}_{ep} + N\tilde{\sigma}_{en}).$$

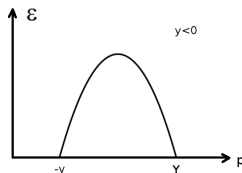
$$\tilde{\sigma}_{eN} = \frac{E_{p+q}}{|\mathbf{q}|} \sigma_{eN}$$

$$F(q, y) \xrightarrow{q \rightarrow \infty} F(y)$$

# Skalowanie

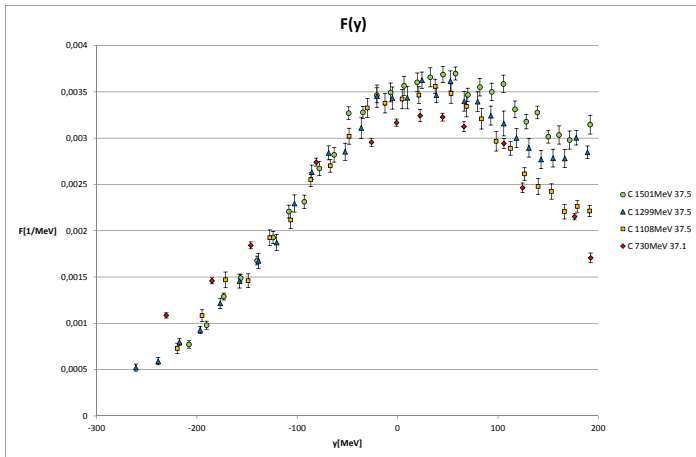
W skalowaniu typu  $y$  wybieramy za zmienną skalowania minimalną wartość pędu nukleonu dla energii wzbudzenia jadra  $\mathcal{E} = 0$ .

$$\pm y(|\mathbf{q}|, \omega) = |\mathbf{p}|_{\min}$$



$$y(|\mathbf{q}|, \omega) = \frac{|\mathbf{q}|(M^2 - M_B^{02} - W) + (M_A + \omega) \sqrt{(W - (M_B^0 + M)^2)(W - (M_B^0 - M)^2)}}{2W}$$
$$W = (M_A + \omega)^2 - |\mathbf{q}|^2$$

# Skalowanie



Rysunek: Funkcja  $F(y)$  otrzymana na podstawie danych doświadczalnych przekroju czynnego dla węgla

# Bibliografia

- ▶ S. Frullani, J. Mougey, *Single-particle properties of nuclei through  $(e, e'p)$  reactions*, Adv. in Nucl. Phys. 14 (1984).
- ▶ J. D. Bjorken, S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw-Hill (1964)
- ▶ B. Povh, K. Rith, Ch. Scholz, F. Zetsche, *Particles and Nuclei An Introduction to the Physical Concepts*. Springer (2006)
- ▶ O. Benhar, D. Day, I. Sick, *Inclusive quasielastic electron-nucleus scattering*. RevModPhys., vol 80 (2008)
- ▶ S. Pollock, H.W.L. Naus, J.H. Koch *The electron-nucleon cross section in  $(e, e'p)$  reactions*, Phys. Rev. C53 (1996)
- ▶ B. Frois, I. Sick, *Modern Topics in Electron Scattering*. World Scientific (1992)
- ▶ C.W. De Jager, H. De Vries, C. De Vries, *Nuclear charge- and magnetization-density-distribution parameters from elastic electron scattering*. Atomic Data and Nuclear Data Tables 14, 479-508 (1974)
- ▶ C.F. Williamson, et al., *Quasielastic electron scattering from Ca-40*. Phys.Rev. C56 , 3152-3172, (1997)

# Bibliografia

- ▶ M. Anghinolfi et al., *Quasielastic and inelastic inclusive electron scattering from an oxygen jet target*. Nucl.Phys. A602 , 405-422, (1996)
- ▶ R. Sealock et al., *Electroexcitation of the delta (1232) in nuclei*. Phys. Rev. Lett., 62, 1350-1353, (1989)
- ▶ J. S. O'Connell et al. *Electromagnetic excitation of the delta resonance in nuclei*. Phys. Rev., C35:1063, (1987)
- ▶ E. Leader, E. Predazzi, *An Introduction to Gauge Theories and Modern Particle Physics, Vol. 1*. Cambridge University Press (2004)
- ▶ J. Tran Thanh Van, J.F. Mathiot, *The Heart of the Matter, from Nuclear Interactions to Quark Gluon Dynamics*. Editions Frontieres (1995)
- ▶ T. W. Donnelly, I. Sick *Superscaling of Inclusive Electron Scattering from Nuclei*. Phys.Rev. C60 (1999)